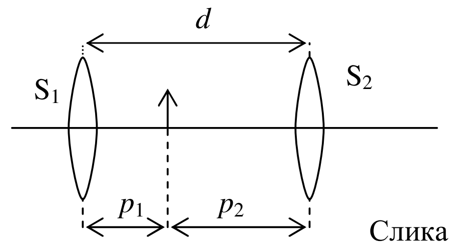
19. РЕГИОНАЛНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (10. март 2012)
IV РАЗРЕД

1. Два сабирна сочива (S_1 і S_2) жижних даљина $f_1 = 10\,\mathrm{cm}$ и $f_2 = 16\,\mathrm{cm}$, постављена су тако да им се главне оптичке осе поклапају, а растојање између њих износи $d = 40\,\mathrm{cm}$ (слика 1). На ком растојању p_1 и p_2 између сочива треба поставити свијетао предмет тако да ликови оба сочива имају исту величину.

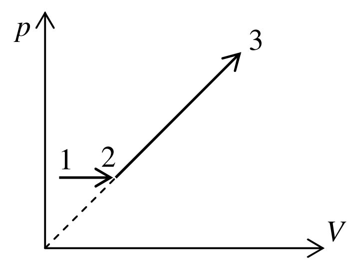


Слика 1

2. На танку опну од сапунице, која је у ваздуху, пада свјетлост таласне дужине $\lambda_0 = 550\,\mathrm{nm}$ нормално на површину опне. Колику најмању дебљину треба да има опна па да од ње одбијена свјетлост буде максималног интензитета? Индекс преламања опне је $n = 0{,}375$.

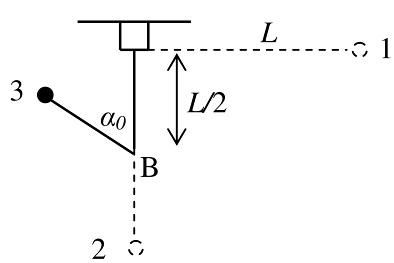
3. На којој висини се морају поставити уличне свјетиљке које су удаљене једна од друге $d = 20\,\mathrm{m}$ да би освјетљеност улице била највећа на средини растојања између стубова?

4. Један мол идеалног једноатомског гаса прво се шири изобарски (1 → 2, слика 2), а затим по линији зависности притиска од запремине. Познато је да је $\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_2}$, а права (2 → 3) пролази кроз координатни почетак. Наћи однос $\frac{V_2}{V_1}$, ако количина топлоте Q_{12} доведена гасу на дијелу (1 → 2) износи једну четвртину од рада A_{23} који врши гас на дијелу $2 \rightarrow 3$.



Слика 2

5. Конац дужине $2{,}70\,\mathrm{m}$ причвршћен је једним својим крајем у тачки А, док је за други крај окачена једна куглица. Конац са куглицом доведе се у хоризонталан положај 1 (слика 3), а затим пусти. У тачки В, која је од тачке А удаљена $1{,}35\,\mathrm{m}$, налази се клин на који наилази конац при доласку у положај 2. Колики је угао који са вертикалом гради правац конца у тренутку када је сила затезања конца једнака нули (положај 3) и колика је брзина куглице у том тренутку? Каква је путања по којој се куглица даље креће? Узети да је $g = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.



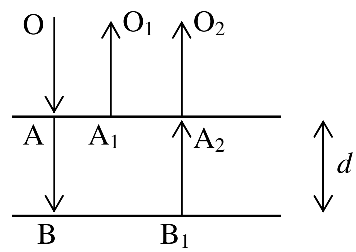
Слика 3

Задатке припремили: Богдан Мијатовић и Милко Бабић
Рецензент: академик, проф. др Јован Шетрајчић, ПМФ, Нови Сад

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА IV РАЗРЕД

1. Једначине сочива су $\frac{1}{f_1}=\frac{1}{p_1}+\frac{1}{l_1}$, $\frac{1}{f_2}=\frac{1}{p_2}+\frac{1}{l_2}$ (1), а увећања сочива користећи услов задатка $L_1=L_2\equiv L$, $U_1=\frac{L}{P}=\frac{l_1}{p_1}$, $U_2=\frac{L}{P}=\frac{l_2}{p_2}$ (2). Из једначина (2) слиједи $l_1=\frac{L}{P}p_1$(3), $l_2=\frac{L}{P}p_2$ (4) и однос $\frac{l_1}{l_2}=\frac{p_1}{p_2}$ (5). Уврштавањем (3) и (4) у једначине (1), након сређивања и дијељења тих једначина добија се $\frac{f_2}{f_1}=\frac{p_2}{p_1}$ (6). Пошто је $p_2=d-p_1$ (7), уврштавање (7) у (6) даје $p_1=\frac{f_1}{f_1+f_2}d$ (8), $p_1=15{,}4\,\mathrm{cm}$, а (8) у (7) $p_2=\frac{f_2}{f_1+f_2}d$, $p_2=24{,}6\,\mathrm{cm}$.

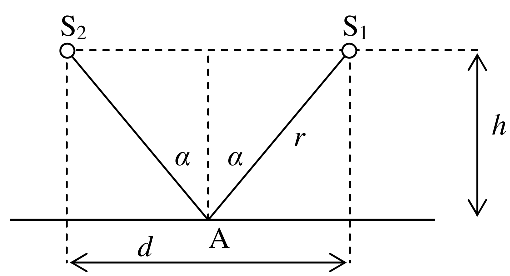
2. Упадни зрак свјетлости OA (слика) се у тачки A ($\mathrm{A}\equiv\mathrm{A_1}\equiv\mathrm{A_2}$) дјелимично рефлектује ($\mathrm{A_1O_1}$) и продире у материјал опне (AB). Свјетлосни зрак $\mathrm{A_1O_1}$ услед рефлексије од оптички гушће средине мијења фазу за π, $\Delta\Phi_1=\pi$. Зрак AB се у тачки B ($\mathrm{B}\equiv\mathrm{B_1}$) дјелимично рефлектује (и при томе не мијења фазу због рефлексије од оптички рјеђе средине) пролази кроз опну $\mathrm{B_1A_2}$ и враћа се у ваздух $\mathrm{A_2O_2}$. На путу $\mathrm{ABB_1A_2}$ зрак промијени



фазу за $\Delta\Phi_2=\frac{2\pi}{\lambda}2d=\frac{2\pi}{\frac{\lambda_0}{n}}2d=\frac{4\pi nd}{\lambda_0}$, гдје је λ_0 таласна дужина свјетлости у вакуму а $\lambda=\frac{\lambda_0}{n}$ таласна дужина свјетлости у средини са индексом преламања n. Зраци $\mathrm{A_1O_1}$ и $\mathrm{A_2O_2}$ интерферирају. Укупна фазна разлика

ова два зрака је $\Delta\Phi=\Delta\Phi_2-\Delta\Phi_1=\pi\left(\frac{4nd}{\lambda_0}-1\right)$. Да би интензитет рефлектоване свјетлости био максималан потребно је да фазна разлика буде $\Delta\Phi=z\lambda$ ($z=0,1,2...$). Из посљедње двије релације добија се $d=\frac{(2z+1)\lambda_0}{4n}$, па је $d_{\min}=\frac{\lambda_0}{4n}=3{,}67\cdot10^{-7}\,\mathrm{m}$.

3. Укупна освијетљеност у тачки A која је на средини растојања између стубова $E=2\frac{I}{r^2}\cos\alpha$. Са слике се види да је $r=\frac{d}{2\sin\alpha}$, па се за укупну освијетљеност добија $E=8\frac{I}{d^2}\sin^2\alpha\cdot\cos\alpha$



. Да би се одредила максимална освијетљеност у
тачки A потребно је први извод E по α изједначити са нулом, из тог услова се добија једначина $\frac{dE}{d\alpha}=8\frac{I}{d^2}\sin\alpha\cdot\left(3\cos^2\alpha-1\right)=0$. Прво рјешење ове једначине $\sin\alpha_1=0$ одговара услову када је растојање између свјетиљки $d=0$ што не представља реалан

технички услов. Друго рјешење $\cos\alpha_2 = \sqrt{1/3}$ **,** одговара технички реалном услову.

Висина на коју треба поставити сијалице је $h_m = r\cos\alpha_2 = \dfrac{d\cos\alpha_2}{2\sqrt{1-\cos^2\alpha_2}}$ **,**

$h_m = \dfrac{d}{2\sqrt{2}} = 7{,}1\ \text{m}$**.**

4. Према првом принципу термодинамике, за један мол идеалног једноатомског гаса је:

$Q_{12} = \Delta U + p\Delta V = \dfrac{3}{2}T(T_2 - T_1) + R(T_2 - T_1)$ **,** $Q_{12} = \dfrac{5}{2}RT_2\left(1 - \dfrac{T_1}{T_2}\right) = \dfrac{5}{2}RT_2\left(1 - \dfrac{1}{\alpha}\right) = \dfrac{5}{2}RT_2\dfrac{\alpha - 1}{\alpha}$, (

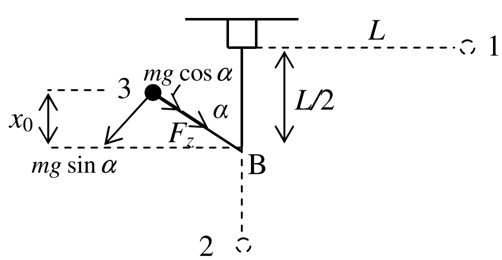
гдје је $\alpha = \dfrac{V_2}{V_1} = \dfrac{V_3}{V_2}$. Рад гаса на дијелу $2 \to 3$ је: $A = \dfrac{(p_2 + p_3)}{2}(V_3 - V_2) = RT_2\dfrac{\alpha^2 - 1}{2}$. (узето у обзир да је у процесу $2 \to 3$ притисак сразмјеран запремини, па важи $\dfrac{p_3}{p_2} = \dfrac{V_3}{V_2} = \alpha$, и $p_2V_2 = RT_2$). По услову задатка је $A_{23} = 4Q_{12}$ одакле се добија $RT_2\dfrac{\alpha^2 - 1}{2} = 4\dfrac{5}{2}RT_2\dfrac{\alpha - 1}{\alpha}$.

Како је $\alpha \neq 0$ и $\alpha \neq 1$, слиједи: $\alpha(\alpha + 1) + 20$, односно $\alpha^2 + \alpha - 20 = 0$, $\alpha_1 = \dfrac{V_2}{V_1} = \dfrac{V_3}{V_2} = 4$,

($\alpha_2 = -5$ не одговара условима задатка).

5. Када се куглица пусти из положаја 1, доспјеће у положај 2 крећући се по кругу полупречника L. Од положаја 2 до положаја 3 куглица ће се кретати по кругу полупречника $L/2$. При томе на њу дјелују сила теже mg и сила затезања конца F_z. Радијална компонента резултанте тих сила саопштава куглици убрзање потребно за кретање по том кругу: $\dfrac{mv^2r}{r} = F_z + mg\cos\alpha$ (1) **.** Тангенцијална компонента силе теже $mg\sin\alpha$ смањује брзину куглице. Радијална компонента $mg\cos\alpha$ се повећава те F_z мора да се смањује да би једначина (1), која поставља услов кретања по кругу, била задовољена. За неки угао α_0 и брзину v_0 сила затезања конца F_z биће једнака нули: $\dfrac{mv_0^2}{r} = mg\cos\alpha_0$,

пошто је $r = \dfrac{L}{2}$,



слиједи $\dfrac{2mv_0^2}{L} = mg\cos\alpha_0$ (2). Брзина v_0 одређује се из закона одржања енергије примијењеног на положаје 1 и 3:

$mgL = mg\left(\dfrac{L}{2} + x_0\right) + \dfrac{mv_0^2}{2}$ (3) , гдје је

$x_0 = \dfrac{L}{2}\cos\alpha_0$ (4) висина куглице у положају 3 у односу на тачку B . Користећи (2), (3) и (4) послије срећивања добија се $\cos\alpha_0 = \dfrac{2}{3}$ (5), тј. $\alpha_0 = 48{,}2^\circ$ **.** Замјеном (5) у (2) добија се

$v_0 = \sqrt{\dfrac{gL}{3}}$ **.**